2М

УДК 51 (071)

Л.П. Мироненко[1], И.В. Петренко[2]
[1] Донецкий национальный технический университет, Украина
[2] Государственный университет информатики и искусственного интеллекта, г. Донецк, Украина

Матричный метод классификации поверхностей второго порядка

В работе предложен простой метод классификации поверхностей второго порядка и найдены их канонические формы уравнений. Основу метода составляет анализ симметричной матрицы четвертого порядка, составленной из коэффициентов симметричной квадратичной формы второго порядка трех переменных.

Введение

Наиболее адекватным методом классификации поверхностей второго порядка является подход, основанный на параллельном переносе и повороте осей декартовой системы координат, которые приводят квадратное уравнение общего вида (1) к одной из канонических форм. Этот аналитический подход реализуется с большим трудом, поскольку преобразования квадратичной формы (1) сопряжено с довольно сложными вычислениями перехода от одной системы координат к другой [1-3].

В другом, менее трудоемком подходе, рассматриваются поверхности как фигуры, полученные в результате вращения кривых второго порядка (эллипса, гиперболы, параболы) вокруг какой-либо из координатных осей. После этого результаты обобщаются [4-6].

Оба подхода имеют существенные недостатки. Первый связан со сложными расчетами, а второй – с ограниченными возможностями. В последнем случае не проводится анализ квадратичной формы (1) и исследование выборочное, не охватывает все возможные геометрические образы, тем более вырожденные случаи. Все это убеждает в необходимости иметь простой метод классификации, который бы охватывал все возможные геометрические образы, порождаемые квадратичной формой (1), а также давал бы возможность исследовать вырожденные случаи.

В работе предлагается относительно простой способ получения канонических уравнений поверхностей второго порядка и их классификации. Метод основан на идее параллельного переноса и поворота осей декартовой системы координат, но реализуется иным способом. Из коэффициентов симметричной квадратичной формы (1) составлены все возможные мономиальные матрицы и последним ставятся в соответствие алгебраические уравнения, описывающие поверхности.

1 Обоснование идеи метода классификации поверхностей второго порядка

Рассмотрим уравнение второй степени общего вида

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0, \quad (1)$$

где $a_{11}, a_{12}, ..., a_{44}$ – коэффициенты уравнения, заданные действительные числа, при этом $a_{ij} = a_{ji}$. В зависимости от соотношения между коэффициентами a_{ij}, уравнение (1) описывает различные поверхности в декартовой системе координат (включая вырожденные случаи, скажем, когда уравнение (1) описывает пару параллельных плоскостей или пару мнимых плоскостей и т.д.). Вид уравнения (1), точнее тип поверхности, определяется не только соотношениями между коэффициентами, но также их знаками. Расположение осей декартовой системы координат влияет на «внешний» вид уравнения. Если уравнение поверхности имеет наиболее простой вид в определенной системе координат, то говорят о его канонической форме.

Составим симметричную квадратную матрицу из коэффициентов формы (1)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В задаче матрица A является симметричной $a_{ij} = a_{ji}$, поэтому у матрицы A различных только десять элементов.

Как известно, при параллельном переносе декартовой системы координат $Oxyz$ и помещении ее в «центр» поверхности, линейные члены формы (1) по переменным x, y и z обращаются в нуль. Это означает, что коэффициенты a_{14}, a_{24}, a_{34} матрицы (2) могут быть обращены в нуль. Учитывая симметричный характер матрицы A, можно преобразованную матрицу A' представить в виде

$$A' = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & 0 \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a'_{44} \end{pmatrix}, \quad A'' = \begin{pmatrix} a''_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a''_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a''_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a''_{44} \end{pmatrix}.$$

Теперь поворотом системы координат $O'x'y'z'$ в «центре» поверхности вокруг каждой из трех осей x', y', z' можно добиться того, чтобы квадратичные «смешанные» члены $2a_{12}xy, 2a_{13}xz, 2a_{23}yz$ обратились в нуль. В результате матрица A' примет диагональный вид A''. Заметим, что по внешнему виду данная матрица относится к так называемым мономиальным матрицам [4], [6]. Преобразование матрицы A к виду A'' подсказывает возможность привести матрицу A к другому виду, в котором из 10 независимых элементов останется только 4 (параллельный перенос вдоль трех осей координат дает три нулевых элемента и повороты – еще три нулевых элемента, всего можно обратить в нуль 6 коэффициентов a_{ij}). Эти рассуждения приводят к матричному методу классификации канонических форм уравнений поверхностей второго порядка.

В теории матриц определяются матрицы специального вида – *мономиальные* матрицы. Это квадратные матрицы, у которых в каждой строке и каждом столбце находится только один, отличный от нуля, элемент. Простейшим примером мономиальной матрицы является единичная матрица.

В методе следует образовать все возможные мономиальные матрицы из исходной матрицы A. Таких матриц ровно 10. Из этих матриц следует оставить только топологически не эквивалентные матрицы. Под топологически эквивалентными матрицами подразумеваются матрицы, которые приводят качественно к одинаковым уравнениям. Другими словами, уравнения отличаются только расположениями в них переменных

x, y, z. Перемена местами неизвестных x, y, z в уравнении не изменяет решений уравнения, хотя меняет его внешний вид. Как будет показано, таких матриц только четыре. Эти матрицы, в зависимости от знаков их элементов, дают основные виды поверхностей, образуя эллиптическую, гиперболическую и параболическую группы поверхностей.

2 Построение различных мономиальных матриц и классификация поверхностей второго порядка

Рассмотрим первый случай мономиальной матрицы, когда матрица (2) диагональная. Обозначим ее A_1

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Считаем отличными от нуля элементы матрицы A_1 и подставим эти коэффициенты в основное уравнение (1), получим

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{44} = 0. \quad (4)$$

Комбинации знаков коэффициентов $a_{11}, a_{22}, a_{33}, a_{44}$ приводят к следующим каноническим уравнениям:

1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ – уравнение эллипсоида.

2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ – однополостный гиперболоид.

3) $\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ – двуполостный гиперболоид.

4) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$ – мнимый эллипсоид.

Рассмотрим следующие мономиальные матрицы:

$$A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{pmatrix}, \ A_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & 0 & a \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

Эти матрицы имеют общие черты. Они приводят качественно к одинаковым уравнениям, а именно:

$$\begin{aligned} &a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{34}z = 0, \\ &a_{11}x^2 + a_{33}z^2 + 2a_{24}y = 0, \\ &a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{14}x = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Матрицы, которые приводят качественно к одинаковым уравнениям, будем называть топологически эквивалентными. Матрицы A_2, A_3, A_4 топологически эквивалентные, поэтому достаточно рассмотреть одно из уравнений (6), например, первое. Комбинации знаков коэффициентов a_{11}, a_{22}, a_{34} приводят к следующим уравнениям:

5а) $z=-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$ – эллиптический параболоид.

5б) $z=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$ – эллиптический параболоид. В частном случае $z=\frac{x^2+y^2}{a^2}$ – эллиптический параболоид вращения.

6а) $z=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$ – гиперболический параболоид. В частном случае $\frac{x^2-y^2}{a^2}=z$ – гиперболический параболоид вращения.

6б) $-z=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$ – гиперболический параболоид.

Рассмотрим следующую группу мономиальных матриц:

$$A_5=\begin{pmatrix}0 & a_{12} & 0 & 0\\ a_{21} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_{34}\\ 0 & 0 & a_{43} & 0\end{pmatrix},\ A_6=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & a_{14}\\ 0 & 0 & a_{23} & 0\\ 0 & a_{32} & 0 & 0\\ a_{41} & 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\ A_7=\begin{pmatrix}0 & 0 & a_{13} & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_{24}\\ a_{31} & 0 & 0 & 0\\ 0 & a_{42} & 0 & 0\end{pmatrix}. \quad (7)$$

Эти матрицы топологически эквивалентные и проводят к уравнениям

$$\begin{aligned} &a_{12}xy+a_{34}z=0,\\ &a_{23}yz+a_{14}x=0,\\ &a_{13}xz+a_{24}y=0. \end{aligned} \quad (8)$$

Достаточно рассмотреть одно из них, например, первое. Комбинации знаков коэффициентов a_{12},a_{23} матрицы A_5 приводят к следующим уравнениям:

7а)* $z=2pxy,\ \ 2p=-a_{12}/a_{34}>0$ – гиперболический параболоид, повернутый вокруг оси z на $\pi/4$);

7б)* $z=2pxy,\ \ p<0$ – гиперболический параболоид, повернутый вокруг оси z на $\pi/4$.

Замечание. Звездочкой отмечены канонические уравнения поверхностей, которые отсутствуют в классических методах классификации [1], [2], [7].

Рассмотрим следующие мономиальные матрицы:

$$A_8=\begin{pmatrix}0 & a_{12} & 0 & 0\\ a_{21} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & a_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_{44}\end{pmatrix},\ A_9=\begin{pmatrix}a_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & a_{23} & 0\\ 0 & a_{32} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_{44}\end{pmatrix},\ A_{10}=\begin{pmatrix}0 & 0 & a_{13} & 0\\ 0 & a_{22} & 0 & 0\\ a_{31} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_{44}\end{pmatrix}. \quad (9)$$

Эти матрицы топологически эквивалентные и проводят к уравнениям

$$\begin{aligned} &a_{33}z^2+2a_{12}xy+a_{44}=0,\\ &a_{11}x^2+2a_{23}yz+a_{44}=0,\\ &a_{22}y^2+2a_{13}xz+a_{44}=0, \end{aligned} \quad (10)$$

Рассмотрим первое уравнение.

8)* $z^2=a^2xy+b^2$ или $z^2=-a^2xy+b^2$ – однополостный гиперболоид, отличный от гиперболоида 2) тем, что он повернут вокруг оси x (второе уравнение – вокруг оси y) на угол $\pi/4$;

9)* $z^2=a^2xy-b^2$ или $z^2=-a^2xy-b^2$ – двуполостный гиперболоид, отличный от 3) тем, что повернут вокруг оси x (второе уравнение – вокруг оси y) на угол $\pi/4$.

Покажем это на примере однополостного гиперболоида 8). Запишем формулы поворота системы координат вокруг оси z на угол $\pi/4$.

$$x = x'\cos\frac{\pi}{4} + y'\sin\frac{\pi}{4},\ y = -x'\sin\frac{\pi}{4} + y'\cos\frac{\pi}{4} \text{ или } x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y'),\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(-x'+y').$$

Подставим эти выражения в уравнение $z^2 = a^2xy + b^2$, получим

$$z^2 = \frac{a^2}{2}(x'^2 - y'^2) + b^2 \Rightarrow \frac{z^2}{c'^2} + \frac{y'^2}{b'^2} - \frac{x'^2}{a'^2} = 1.$$

Как видно, мономиальные матрицы квадратичной формы (1) приводят к одному из восьми канонических форм уравнений поверхностей второго порядка – эллипсоидов, гиперболоидов и параболоидов. Отличительным моментом теории является появление канонических уравнений гиперболического параболоида в виде $z = 2pxy$ и однополостного и двуполостного гиперболоидов $z^2 = a^2xy + b^2$ и $z^2 = a^2xy - b^2$, что обычно отсутствует в классических подходах.

Сведем результаты в табл. 1.

Таблица 1 – Классификация поверхностей второго порядка с помощью мономиальных топологически не эквивалентных матриц

	Мономиальные невырожденные матрицы	Геометрический образ
1	A_1	1) эллипсоид; 2) однополостный гиперболоид; 3) двуполостный гиперболоид; 4) мнимый эллипсоид.
2	A_2	5) эллиптический параболоид; 6) гиперболический параболоид.
3	A_5	7)* $z = 2pxy$ – гиперболический параболоид.
4	A_8	8)* $z^2 = a^2xy + b^2$ – однополостный гиперболоид; 9)* $z^2 = a^2xy - b^2$ – двуполостный гиперболоид.

3 Цилиндрические и конические поверхности

Как известно, уравнение цилиндрической поверхности в пространстве R^3 с образующими параллельными, например, оси z имеет вид $f(x,y) = 0$, т.е. это уравнение, не содержащее неизвестную z. В нашем случае это уравнение второй степени общего вида (1), в котором отсутствует одна из неизвестных, например, z:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{14}x + 2a_{24}y + a_{44} = 0, \qquad (11)$$

Этому уравнению соответствует вырожденная матрица

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{pmatrix},\ \det B = 0. \qquad (12)$$

Образуем из этой вырожденной матрицы четыре мономиальные матрицы третьего порядка

$$B_1=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix},\ B_2=\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix},\ B_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B_4=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & a_{42} & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

Матрицам соответствуют уравнения

$$\begin{aligned} &a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{44}=0,\\ &2a_{12}xy+a_{44}=0,\\ &a_{22}y^2+2a_{24}x=0,\\ &a_{11}x^2+2a_{24}y=0. \end{aligned} \quad (14)$$

Как видно из последних двух уравнений, матрицы B_3 и B_4 топологически эквивалентные.

Дальнейший анализ проводится аналогично кривым второго порядка. Приведем только результаты в виде табл. 2 .

Таблица 2 – Классификация цилиндрических поверхностей на основе мономиальных топологически не эквивалентных матриц третьего порядка

	Матрицы ранга 3	Геометрический образ
1	B_1	10) эллиптический цилиндр $x^2/a^2+y^2/b^2=1$; 11) мнимый эллиптический цилиндр $x^2/a^2+y^2/b^2=-1$; 12) цилиндрические гиперболоиды $x^2/a^2-y^2/b^2=1$ и $-x^2/a^2+y^2/b^2=1$;
2	B_2	13)* цилиндрические гиперболоиды $xy=p$, $p>0$ и $p<0$;
3	B_3	14) цилиндрические параболоиды $y^2=2px$ и $x^2=2py$;

Вырожденные случаи

	Матрицы ранга 2	
4	$B_1^{(1)}$	15а) пара пересекающихся плоскостей; 15б) пара мнимых пересекающихся плоскостей;
5	$B_2^{(1)}$	16а)* пара плоскостей $x=0,\ y=0$;
6	$B_1^{(2)}$	16б) пара параллельных плоскостей $x^2=a^2$; 16в) пара мнимых параллельных плоскостей $x^2=-a^2$;
	Матрица ранга 1	
7	$B_1^{(3)}$	17) пара совпадающих плоскостей $x^2=0$.

Уравнение $F(x,y,z)=0$, в котором F является однородной функцией порядка m (т.е. для любого числа $k\neq 0$ имеем $F(kx,ky,kz)=k^mF(x,y,z)$), определяет коническую поверхность.

В этом случае уравнение второй степени (1) содержит только квадратичные члены

$$a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{13}xz=0. \quad (15)$$

Этому уравнению соответствует вырожденная матрица

$$C=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ \det C=0.$$

Образуем из нее четыре мономиальные матрицы третьего порядка

$$C_1=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix},\ C_2=\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, C_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix},\ C_4=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Матрицам соответствуют уравнения

$$\begin{aligned} &a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2=0, \\ &a_{33}z^2+2a_{12}xy=0, \\ &a_{22}y^2+2a_{13}xz=0, \\ &a_{11}x^2+2a_{23}yz=0. \end{aligned} \quad (17)$$

Как видно из последних трех уравнений, матрицы B_2, B_3 и B_4 топологически эквивалентные. Достаточно рассмотреть первое и второе уравнения. Комбинации знаков элементов a_{11}, a_{22}, a_{33} приводят к следующим уравнениям:

18) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ – эллиптический конус;

19) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$ – мнимый эллиптический конус;

20)* $z^2+2pxy=0$ – круговой конус.

Кроме исследованных однократно вырожденных матриц, представленных B и C, остается рассмотреть двукратно (матрицы D и E) и трехкратно (матрица F) вырожденные случаи исходной матрицы. Но

$$D_1=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}=B_1^{(1)},\ D_2=\begin{pmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{12} & 0 \end{pmatrix}=B_1^{(2)}.$$

$$E_1=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{44} \end{pmatrix}=B_2^{(1)},\ E_2=\begin{pmatrix} 0 & a_{14} \\ a_{41} & 0 \end{pmatrix}=B_2^{(2)}$$

(исследовано при изучении цилиндрических и конических поверхностей).

Матрица $F=B_1^{(3)}$ приводит к уравнению $x^2=0$.

Выводы

Сравнивая полученные результаты с данными [1], [2], [7], полученными другими методами, можно сделать ряд важных выводов. Матричный метод

1) воспроизводит все известные виды поверхностей второго порядка, включая вырожденные случаи;

2) дополняет общепринятую классификацию новыми видами канонических уравнений поверхностей;

3) автоматически дает различные канонические формы уравнения для одной и той же поверхности при различных расположениях осей системы координат;

4) в отличие от обычных методов, более простой в обращении и не требует сложных расчетов;

5) использует простую терминологию теории матриц и не требует сложных математических понятий, таких как инварианты преобразования системы координат, семиинварианты и другие.

Литература

1. Кадомцев С.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Кадомцев С.В. – М. : Физматлит, 2003. – 160 с.
2. Ильин В.А. Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Поздняк. – М. : Наука, 1999. – 296 с.
3. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии / Ефимов Н.В. – М. : Наука, 1969. – 272 с.
4. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Александров П.С. – М. : Наука, 1979. – 512 с.
5. Делоне В.И. Аналитическая геометрия. Т. 1 / В.И. Делоне, Д.А. Райков. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1949. – 592 с.
6. Apostol T.M. Calculus. One-Variable Calculus with an Introduction to Linear Algebra. Vol. 1 / Apostol T.M. – John Wilay and Sons, Inc., 1966. – 667 c.
7. Моденов П.С. Аналитическая геометрия / Моденов П.С. – Москва : Изд. Московского университета, 1966. – 698 с.

Literatura

1. Kadomcev S.V. Linejnaja algebra i analiticheskaja geometrija. M.: FIZMATLIT. 2003.160 s.
2. Il'in V.A. Linejnaja algebra. M.: Nauka. 1999. 296 s.
3. Efimov N.V. Kratkij kurs analiticheskoj geometrii. M.: Nauka. 1969. 272 s.
4. Aleksandrov P.S. Kurs analiticheskoj geometrii i linejnoj algebry. M.: Nauka. 1979. 512 s.
5. Delone V.I. Analiticheskaja geometrija. T. 1. M.; L.: Gostehizdat. 1949. 592 s.
6. Apostol T.M. One-Variable Calculus with an Introduction to Linear Algebra. Vol. 1. John Wilay and Sons. Inc. 1966. 667 s.
7. Modenov P.S. Analiticheskaja geometrija. Moskva. Izd. Moskovskogo universiteta. 1966. 698 s.

Л.П. Мироненко, І.В. Петренко

Матричний метод класифікації поверхонь другого порядку

Розвинута загальна теорія класифікації поверхонь другого порядку згідно з аналізом мономіальних матриць із коефіцієнтів квадратичної форми загального вигляду. Топологічно не еквівалентні мономіальні матриці дають можливість встановити взаємну тотожність між матрицею коефіцієнтів квадратичної форми і поверхнею другого порядку для всіх типів поверхонь. Теорія обґрунтована за допомогою паралельного переносу декартової системи координат та її обернення навколо центру поверхні. Запропонований підхід дозволяє отримати канонічні рівняння поверхонь другого порядку і доповнити традиційну класифікацію.

L.P. Mironenko, I.V. Petrenko

The Matrix Method for Classification of the Second Order Surfaces

In the paper the simple method of a classification of the second order surfaces is offered. The method is based on an idea of the parallel translations and turns of the axes of Cartesian co-ordinate system, but realized by another way than in the classical approaches. According to the theory the monomial matrixes are built with the general algebraic quadratic form. Each monomial matrix gives a second order surface. It is also considered degenerated cases of surfaces.

Статья поступила в редакцию 29.06.2011.